

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دانشگاه فنی و حرفه ای
هوش مصنوعی (فصل ششم)
میر محمود ابوالحسنی





مسائل ارضای محدودیت (CSP)

فهرست مطالب

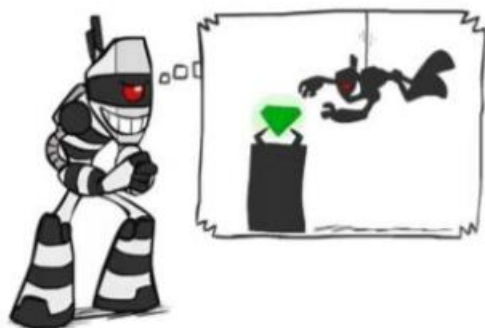
- تعریف مسایل ارضای محدودیت
- انواع مسایل ارضای محدودیت
- جستجوی عقبگرد
- بهبود جستجو

CSP: constraint satisfaction problem



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

□ فرضیات درباره محیط. تک عاملی، قطعی، کاملاً قابل مشاهده، گسسته



□ هدف جستجو. برنامه‌ریزی [یافتن دنباله‌ای از عملیات]

- مسیر یافته شده تا هدف مهمترین موضوع است.
- مسیرهای مختلف دارای هزینه‌های متفاوتی هستند.
- هیوریستیک‌ها مسیر جستجو را به سمت هدف هدایت می‌کنند.

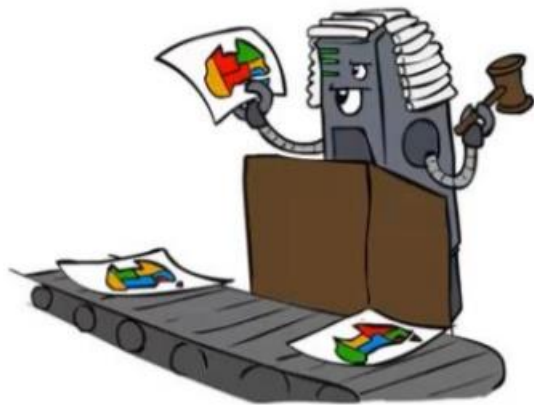


□ هدف جستجو. شناسایی [انتساب مقدار به متغیرها]

- خود هدف مهم است و نه مسیر رسیدن به هدف.
- همه مسیرها دارای عمق یکسانی هستند.
- جستجوی ارضای محدودیت مختص مسائل شناسایی است.

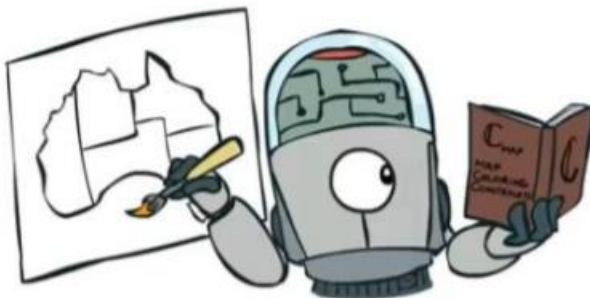


مسائل ارضای محدودیت (CSP)



□ مسائل جستجوی استاندارد.

- حالت‌ها به صورت «جعبه سیاه» هستند:
- ساختمان داده‌های دلخواه
- تابع آزمون هدف هر تابعی می‌تواند باشد.
- تابع جانشین نیز هر تابعی می‌تواند باشد.



□ مسائل ارضای محدودیت.

- یک زیرمجموعه خاص از مسائل جستجو
- حالت به وسیله مجموعه‌ای از **متغیرهای** X_i تعریف می‌شود که مقدار خود را از یک **دامنه** D_i می‌گیرند.
- آزمون هدف یک **مجموعه از محدودیت‌ها** است که یک ترکیب مجاز از مقادیر را برای متغیرها مشخص می‌کنند.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

- حالت (state): انتساب (*assignment*) مقادیر به یک یا چند متغیر را گویند.
 - انتساب سازگار (*consistent assignment*): انتسابی که هیچ شرطی را نقض نکند.
 - انتساب کامل (*complete assignment*): انتسابی که در آن همه‌ی متغیرها مقدار گرفته باشند.
- ✓ راه حل در CSP یک **انتساب کامل و سازگار** است.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مثال: رنگ آمیزی نقشه



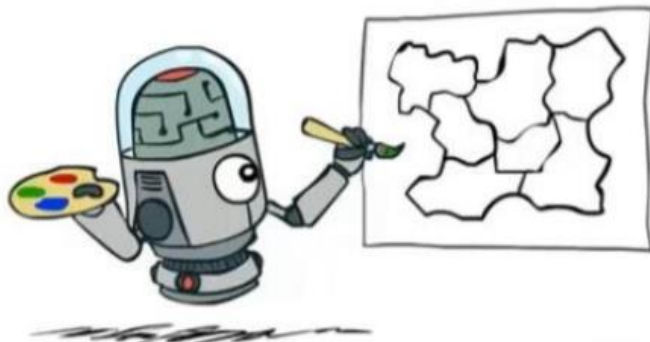
متغیرها: WA, SA, V, NSW, Q, NT, T

دامنه‌ها: $D = \{\text{Red, Green, Blue}\}$

محدودیت‌ها: نواحی مجاور باید رنگ‌های متفاوتی داشته باشند.

ضمنی: $WA \neq NT$

صریح: $(WA, NT) \in \{(\text{Red, Green}), (\text{Red, Blue}), \dots\}$

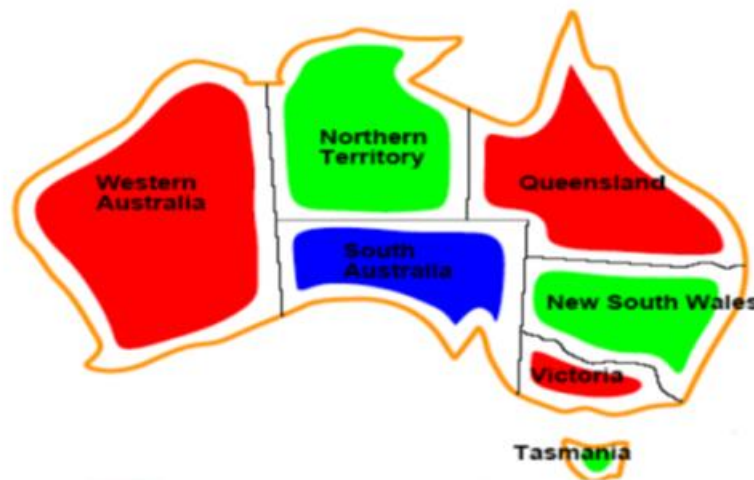




مسائل ارضای محدودیت (CSP)

□ راه حل. یک انتساب کامل و سازگار

□ انتساب مقادیر به متغیرها به گونه ای که تمامی محدودیت ها برآورده شوند.



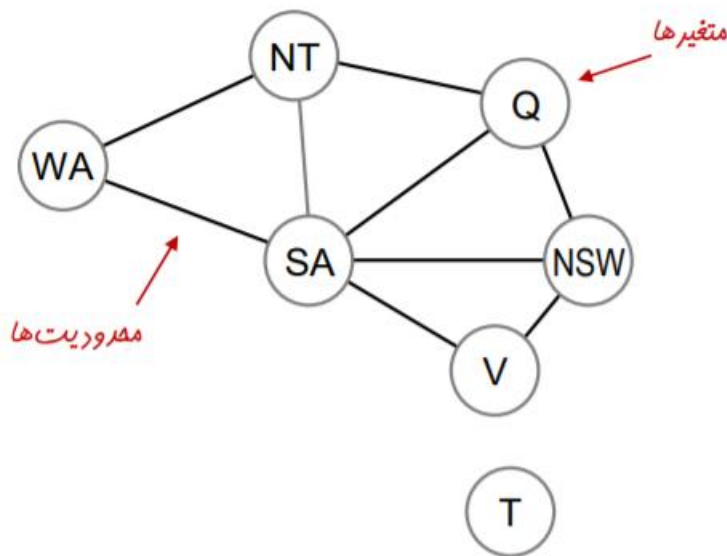
$\{WA = \text{red}, NT = \text{green}, Q = \text{red}, NSW = \text{green}, V = \text{red}, SA = \text{blue}, T = \text{green}\}$



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

گراف محدودیت

□ CSP دودویی. هر محدودیت حداکثر بر روی دو متغیر تعریف می شود.



□ گراف محدودیت دودویی.

□ گره‌ها بیانگر متغیرها

□ یال‌ها بیانگر محدودیت‌ها

□ الگوریتم‌های همه منظوره CSP از ساختار گراف محدودیت برای افزایش سرعت جستجو استفاده می کنند -- مثلاً تاسمانیا یک زیر مسئله مستقل است!



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مزیت بیان مسائل بصورت CSP

□ تابع جانشین و تابع آزمون هدف کلی.

□ به دلیل نمایش استاندارد حالت‌ها (یک مجموعه از متغیرها به همراه مقدارشان)، می‌توان تابع جانشین و تابع آزمون هدف را به یک شکل کلی نوشت به گونه‌ای که این توابع در هر مسئله CSP قابل استفاده باشند.

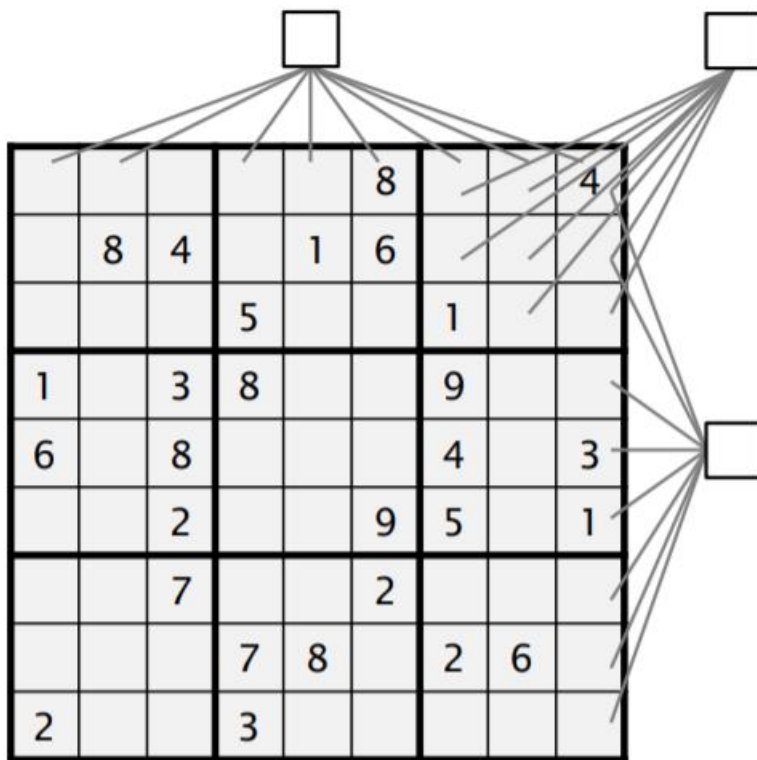
□ توابع هیوریستیک کلی و کارا.

□ امکان ایجاد توابع هیوریستیک کلی و کارا به گونه‌ای که ایجاد آنها نیاز به دانش و تخصص اضافی در مورد مسئله نداشته باشد.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مثال : سودوکو



متغیرها. □

خانه‌های خالی □

دامنه‌ها. □

ارقام ۱ تا ۹ □

محدودیت‌ها. □

□ نه مقدار مختلف در هر سطر

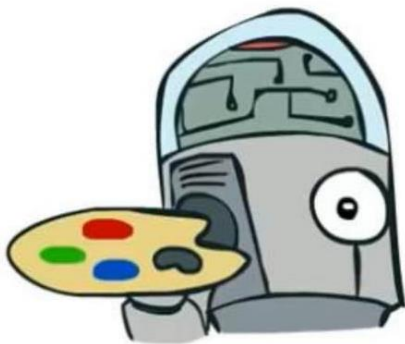
□ نه مقدار مختلف در هر ستون

□ نه مقدار مختلف در هر ناحیه



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

□ متغیرهای گسسته.



□ دامنه متناهی. [مانند مقادیر بولی]

■ اندازه دامنه d به معنای $O(d^n)$ انتساب کامل است.

■ مانند CSP دودویی، رنگ‌آمیزی نقشه و n -وزیر

□ دامنه نامتناهی. [اعداد صحیح، رشته‌ها و غیره]

■ مثال: زمان شروع و پایان کارها در مسئله زمانبندی

■ محدودیت‌های خطی قابل حل، محدودیت‌های غیرخطی تصمیم ناپذیر



□ متغیرهای پیوسته.

□ مانند زمان شروع و پایان مشاهدات برای تلسکوپ هابل

□ محدودیت‌های خطی قابل حل در زمان چندجمله‌ای



مسائل ارضای محدودیت (CSP)



□ گونه‌های مختلف محدودیت‌ها.

□ محدودیت‌های یکانی شامل یک متغیر

■ مانند $SA \neq green$

□ محدودیت‌های دودویی شامل یک زوج از متغیرها

■ مانند $SA \neq WA$

□ محدودیت‌های مرتبه بالاتر شامل ۳ متغیر یا بیشتر

□ محدودیت‌های نرم (اولویت‌ها).

□ مثلاً ترجیح رنگ قرمز به سبز

□ در نظر گرفتن هزینه برای انتساب مقادیر به متغیرها

□ مسائل بهینه‌سازی دارای محدودیت



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

CSP به عنوان جستجوی استاندارد

- حالت شروع: انتساب تهی
- تابع جانشینی: انتساب مقدار به متغیرهای مقدار نگرفته به صورتیکه تداخل پیش نیایید.
- آزمون هدف: آیا انتساب کامل است؟
- هزینه مسیر: مجموع هزینه در هر مرحله



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

CSP به عنوان جستجوی استاندارد

• مزایا:

1. برای همه مسایل یکسان است.
2. راه حل در عمق d وجود دارد. (اگر n متغیر وجود داشته باشد).
3. هزینه مسیر مهم نیست.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

جابجایی

- CSP ها جابجایی (commutative) هستند.
- یعنی ترتیب اجرای اعمال تاثیری بر روی نتیجه نخواهد داشت.

برای مثال در رنگ آمیزی گراف داریم:

$$WA=\text{red then } NT=\text{green}] = [NT=\text{green then } WA=\text{red}]$$



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

□ جستجوی عقب‌گرد. یک الگوریتم پایه ناآگاهانه برای حل مسائل CSP

□ ایده ۱. یک متغیر در هر مرحله.

□ انتساب متغیرها جابجاپذیر است، بنابراین یک ترتیب ثابت برای انتساب‌ها در نظر بگیر.

□ مثلاً در مسئله n -وزیر ترتیب قرار دادن وزیرها در صفحه مهم نیست.

□ در نتیجه در هر مرحله تنها باید یک متغیر مقداردهی شود.

□ ایده ۲. در حین پیشروی محدودیت‌ها را در نظر بگیر.

□ فقط مقادیری را در نظر بگیر که با انتساب‌های قبلی سازگارند

□ نیاز به انجام مقداری محاسبه برای بررسی محدودیت‌ها

□ «آزمون هدف به صورت افزایشی»





مسائل ارضای محدودیت (CSP)

جستجوی عقبگرد

function BACKTRACKING-SEARCH(*csp*) **return** a solution or failure
 return RECURSIVE-BACKTRACKING($\{\}$, *csp*)

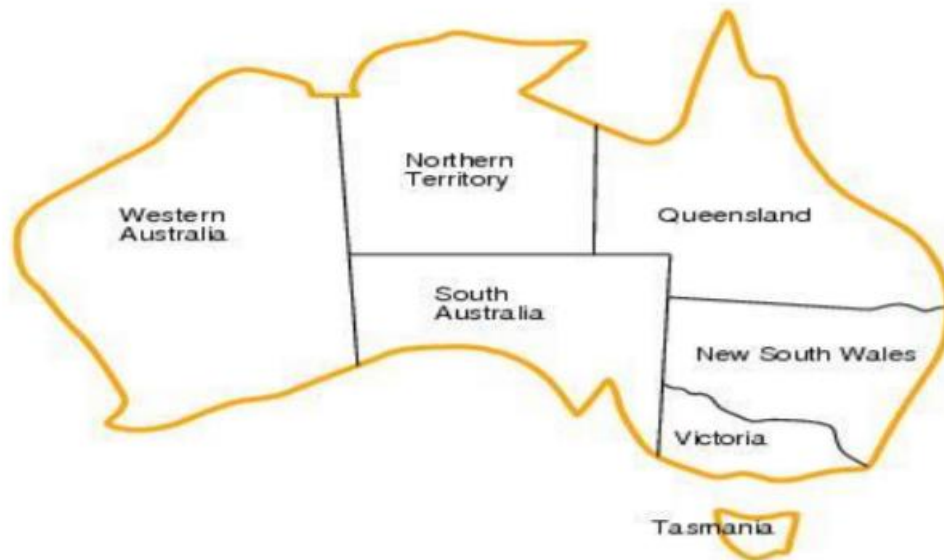
function RECURSIVE-BACKTRACKING(*assignment*, *csp*) **return** a solution or failure
 if *assignment* is complete **then return** *assignment*
 var $\leftarrow$ SELECT-UNASSIGNED-VARIABLE(VARIABLES[*csp*], *assignment*, *csp*)
 for each *value* **in** ORDER-DOMAIN-VALUES(*var*, *assignment*, *csp*) **do**
 if *value* is consistent with *assignment* according to CONSTRAINTS[*csp*] **then**
 add {*var=**value*} to *assignment*
 result $\leftarrow$ RECURSIVE-BACKTRACKING(*assignment*, *csp*)
 if *result* $\neq$ failure **then return** *result*
 remove {*var=**value*} from *assignment*
 return failure



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

جستجوی عقبگرد

مثال: رنگ آمیزی نقشه





مسائل ارضای محدودیت (CSP)

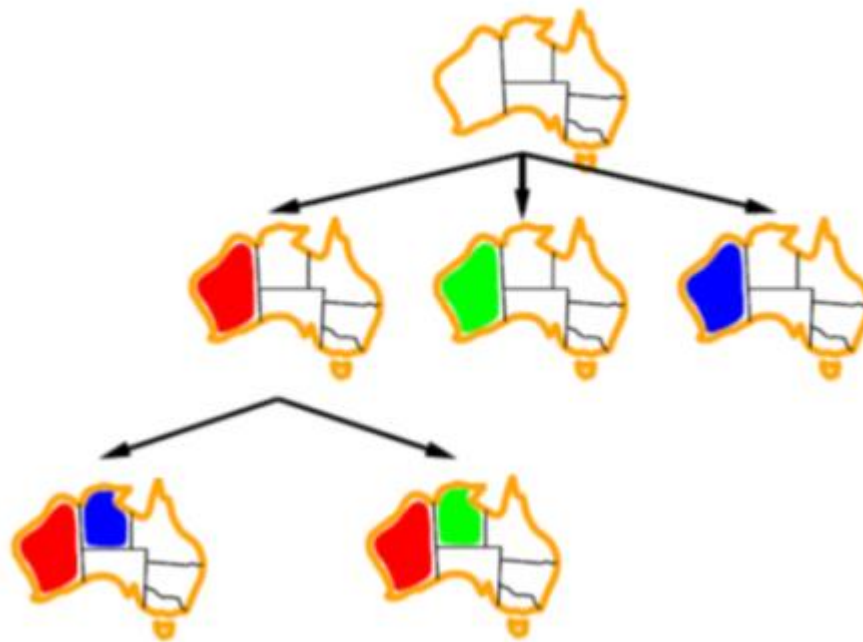
جستجوی عقبگرد





مسائل ارضای محدودیت (CSP)

جستجوی عقبگرد





```

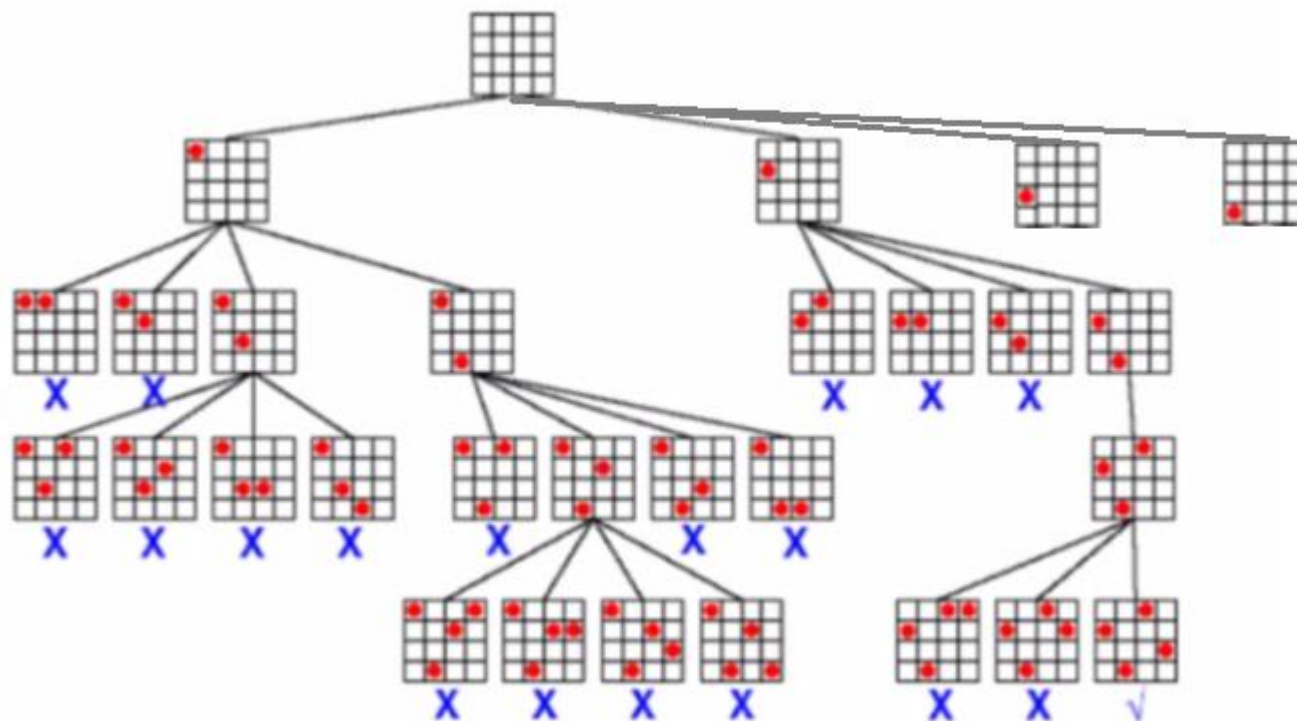
graph TD
    Root[ ] --> Red[Red]
    Root --> Green[Green]
    Root --> Blue[Blue]
    Red --> RedBlue[Red, Blue]
    Green --> RedGreen[Red, Green]
    Blue --> GreenBlue[Green, Blue]
    RedBlue --> Leaf[ ]
    RedGreen --> Leaf
    GreenBlue --> Leaf
    style Leaf fill:none,stroke:none
    style Leaf fill:none,stroke:none
    style Leaf fill:none,stroke:none
  
```

انتخاب درستى نیست پس عقبگرد مى کنیم
و گره مجاور را انتخاب مى کنیم.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مثال: معمای ۴ وزیر



نکته: در جستجوی عقبگرد وقتی به بن‌بست می‌رسیم آخرین حرکتی را که منجر به این مسیر شده است را برگشته و اصلاح می‌کنیم.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

بهبود جستجوی عقبگرد

- ابداع تابع هیوریستیک

1. کدام متغیر در مرحله بعد، باید مقدار بگیرد؟
2. ترتیب انتساب مقدار چگونه باشد؟
3. آیا یک شکست غیر قابل اجتناب را می توان پیش بینی نمود؟
4. آیا از مزایای ساختار مساله می توان بهره برد؟

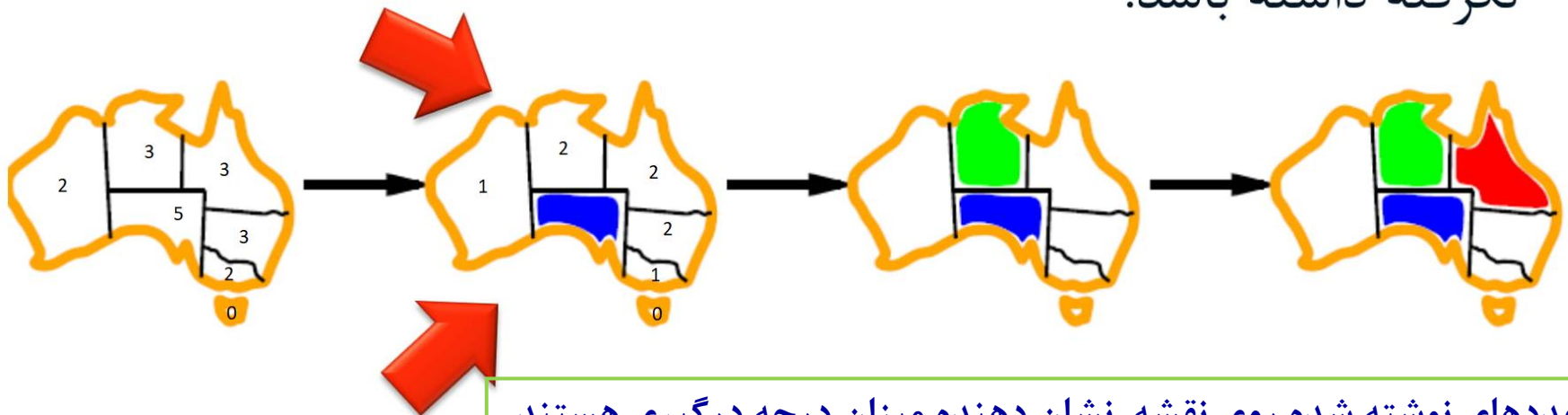


مسائل ارضای محدودیت (CSP)

Degree heuristic

سوال: در اول کار بر چه اساسی باید انتخاب کنیم؟

- هیوریستیک درجه (میزان درگیری)
- قانون: متغیری انتخاب شود که بیشترین درگیری را با متغیرهای مقدار نگرفته داشته باشد.



عددهای نوشته شده روی نقشه نشان دهنده میزان درجه درگیری هستند.

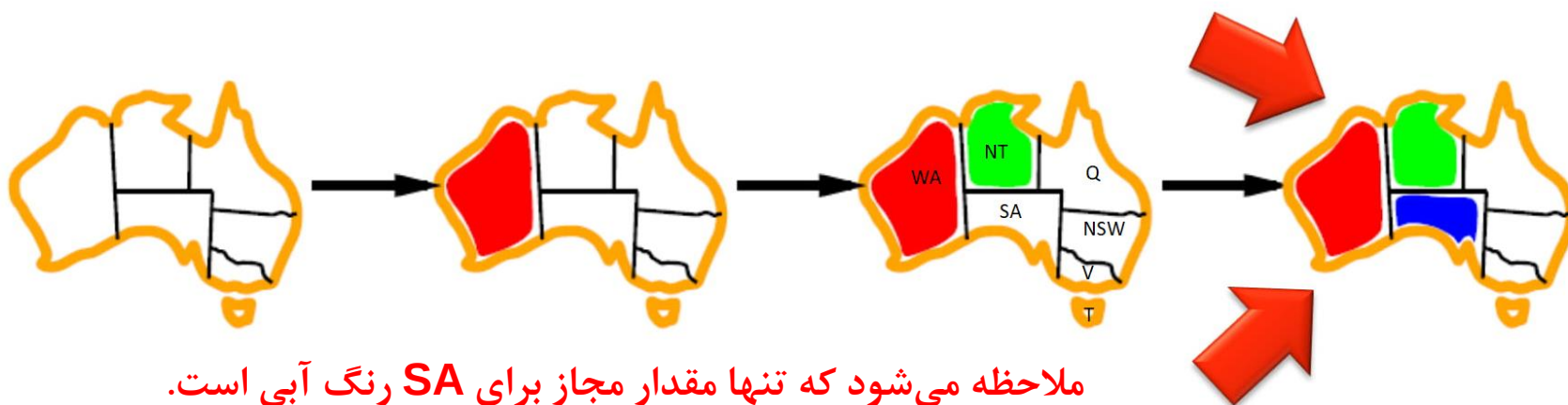


مسائل ارضای محدودیت (CSP)

Minimum remaining values

سوال: کدام متغیر در مرحله بعد باید مقدار بگیرد؟

- هیوریستیک انتخاب متغیر با بیشترین درگیری
most constrained variable heuristic
- قانون: انتخاب متغیر با کمترین مقدار مجاز باقی مانده



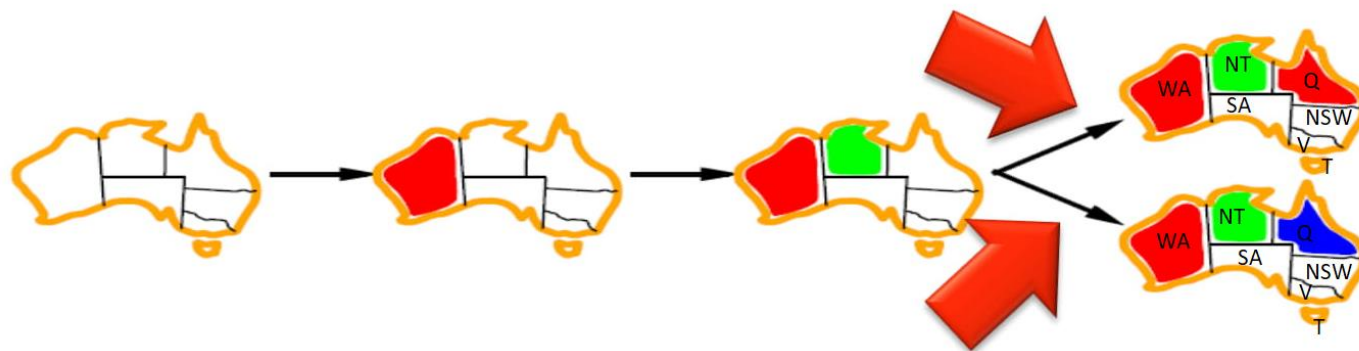


مسائل ارضای محدودیت (CSP)

Least constraining value

سوال: آیا بین مقادیر (رنگها) نسبت دادن کدام مقدار اولویت دارد؟

- هیوریستیک با انتخاب مقدار کمترین محدود کننده
- قانون: اگر یک متغیر انتخاب شود، مقداری به آن انتساب داده شود که بیشترین انعطاف را برای گره های همسایه ایجاد کند. به عبارت دیگر مقداری که کمترین محدودیت یا بیشترین مقدار را برای گره های همسایه باقی گذارد.



اگر به Q قرمز بدهیم
می توانیم SA را آبی کنیم
ولی اگر به Q آبی بدهیم
مقداری برای SA باقی
نمی ماند.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

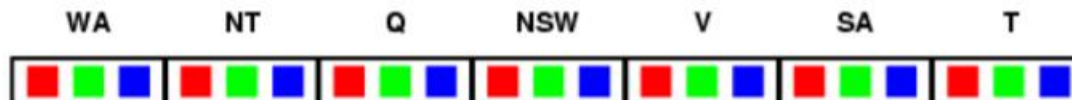
آیا می‌توانیم از یک شکست غیر قابل اجتناب پیش‌گیری کنیم؟

بررسی رو به جلو

- فیلتر کردن. حذف مقادیر بی فایده از دامنه متغیرهایی که هنوز مقداردهی نشده‌اند.
- بررسی رو به جلو. حذف مقادیری که اگر به انتساب‌های فعلی اضافه شوند، باعث نقض محدودیت‌ها می‌شوند.
- مقادیر مجاز باقیمانده برای متغیرهای مقداردهی نشده را در نظر بگیر.
- زمانی که یک متغیر هیچ مقدار مجازی ندارد، به جستجو پایان بده



مثال: رنگ آمیزی نقشه

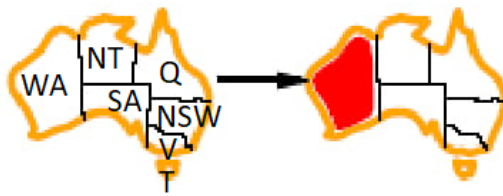




مسائل ارضای محدودیت (CSP)

Forward checking

ادامه مثال: رنگ آمیزی نقشه



به WA رنگ قرمز می دهیم لذا قرمز از همسایگی های WA حذف می شود.

WA	NT	Q	NSW	V	SA	T
red green blue	red green blue	red green blue	red green blue	red green blue	red green blue	red green blue
red red red	green blue	red green blue	red green blue	red green blue	green blue	red green blue

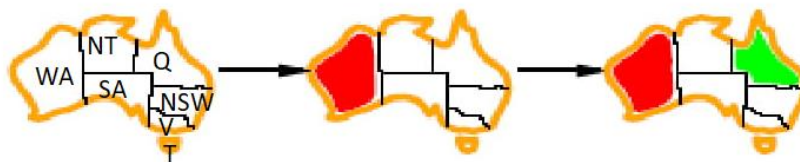
Assign $\{WA=red\}$



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

Forward checking

ادامه مثال: رنگ آمیزی نقشه



به Q رنگ سبز می دهیم لذا سبز از همسایگی های Q حذف می شود.

WA	NT	Q	NSW	V	SA	T

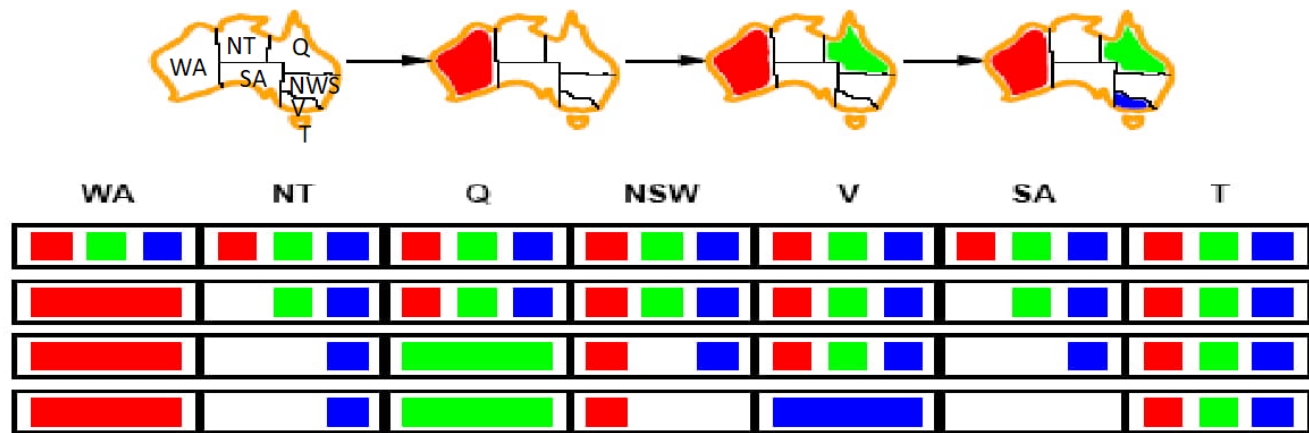
Assign $\{Q=green\}$



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

Forward checking

به V رنگ آبی می دهیم لذا آبی از همسایگی های V حذف می شود.



در این حالت دیگر مقداری برای SA نمی ماند
لذا جستجو متوقف می شود و امکان رسیدن به
جواب وجود ندارد. لذا باید عقبگرد کنیم.

Assign $\{V=Blue\}$

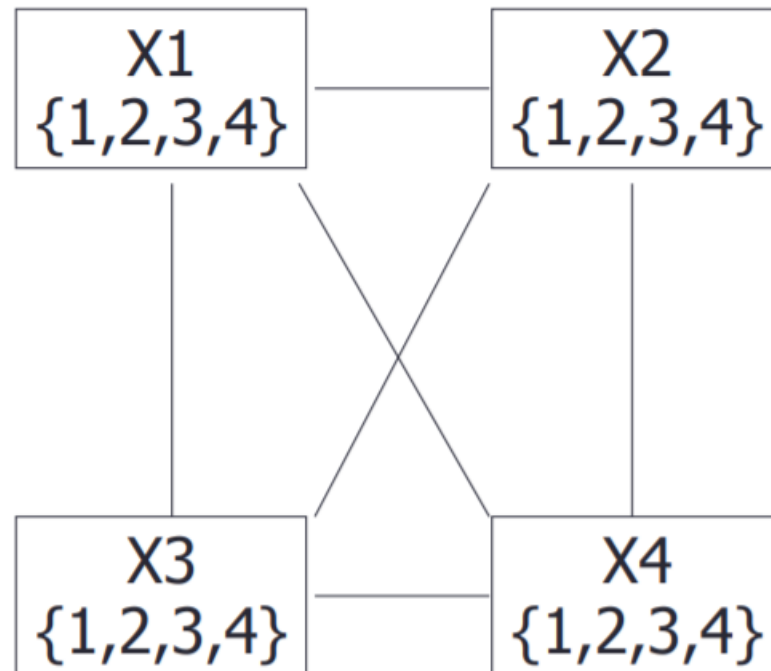




مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				



یالها نشان دهنده محدودیت‌ها هستند. (تهدید)

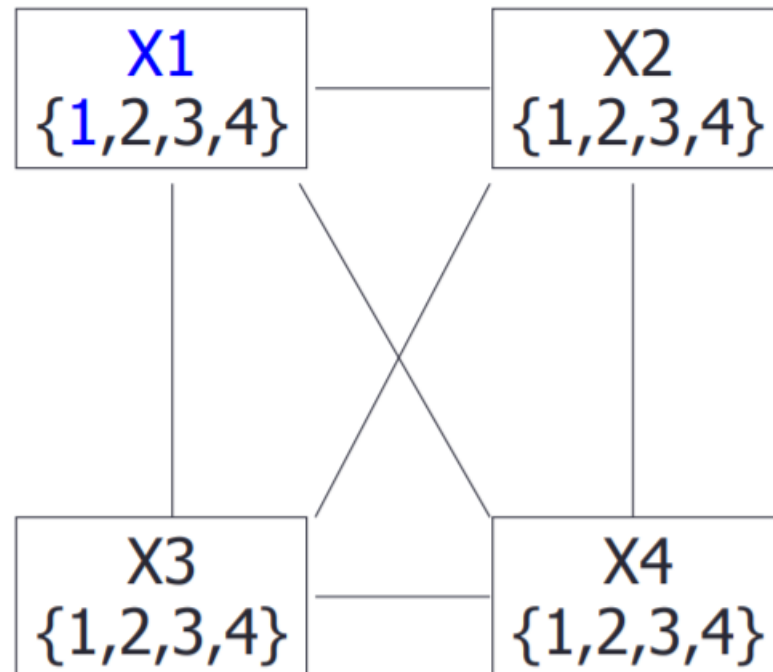
$X1, X2, X3, X4$ نام وزیرها هستند. در هر ستون فقط یک وزیر می‌تواند قرار گیرد و دامنه حرکت هر وزیر بین سطر ۱ تا ۴ است.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

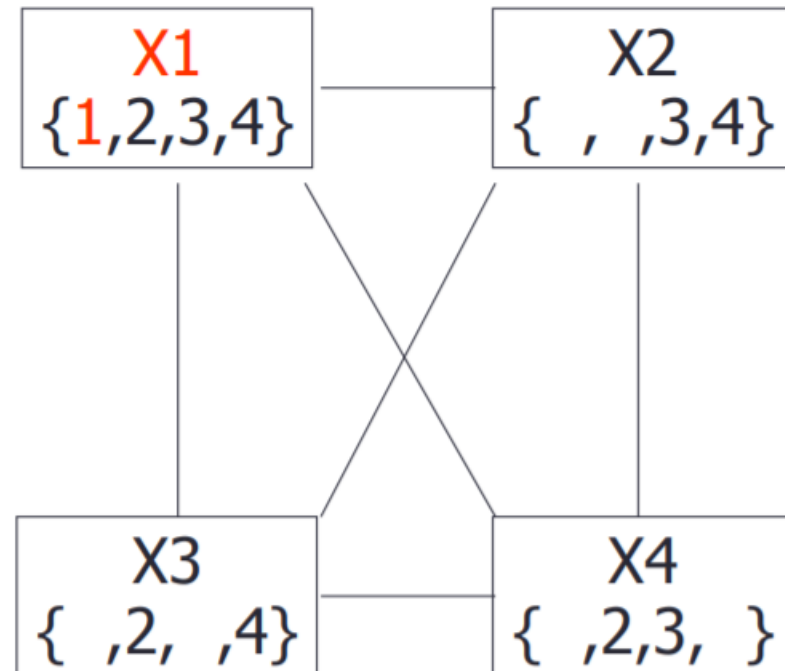




مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●		
3			●	
4				●



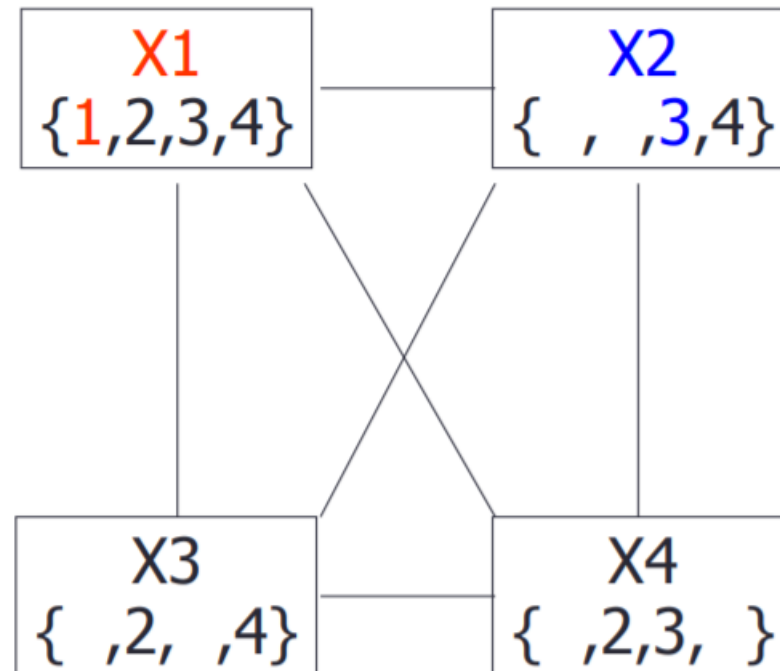
پس وزیر شماره ۲ نمی تواند در سطر ۱ و ۲ باشد و وزیر شماره ۳ نمی تواند در سطر ۱ و ۳ باشد و ...



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●		
3		★	●	
4				●

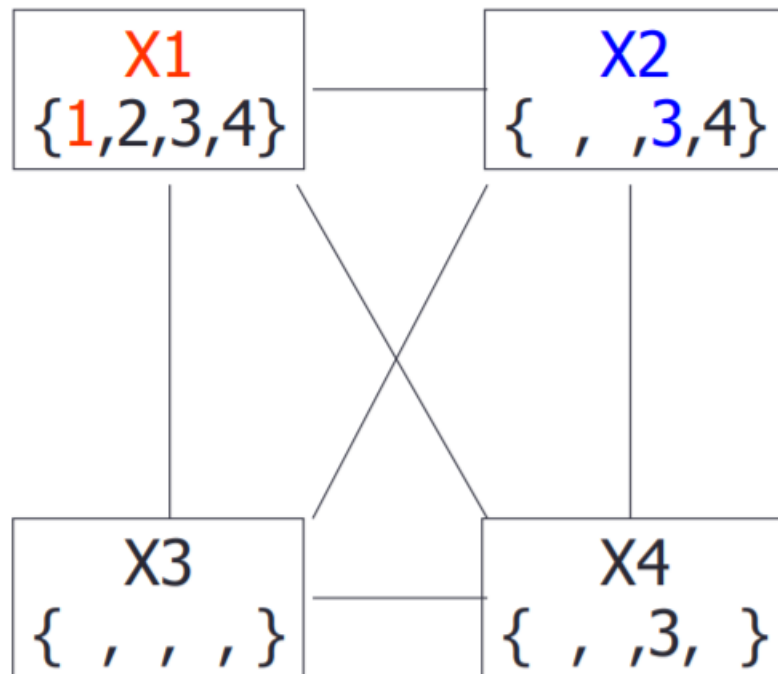




مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●	●	
3		★	●	●
4			●	●



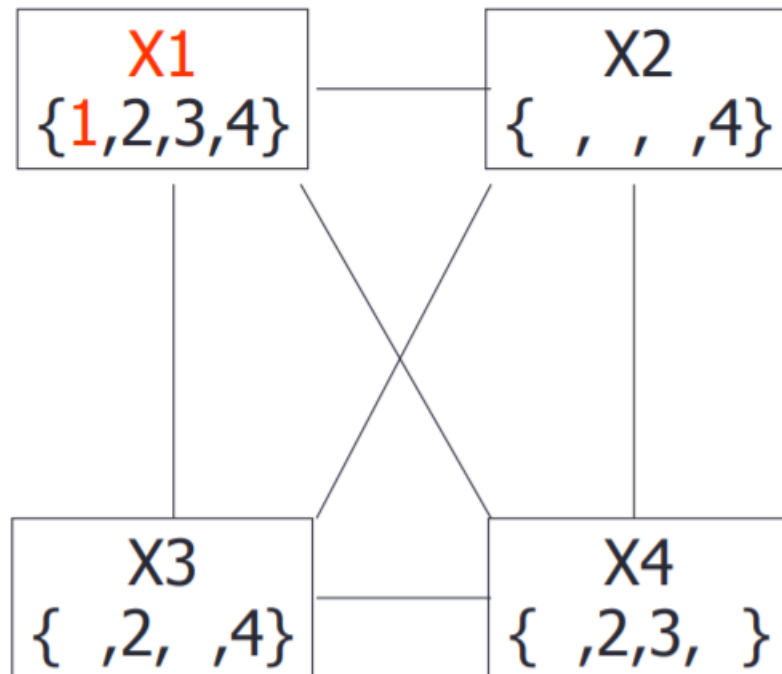
در این حالت دیگر مقداری برای $X3$ نمی ماند لذا جستجو متوقف می شود و امکان رسیدن به جواب وجود ندارد. لذا باید عقبگرد کنیم.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●		
3			●	
4				●



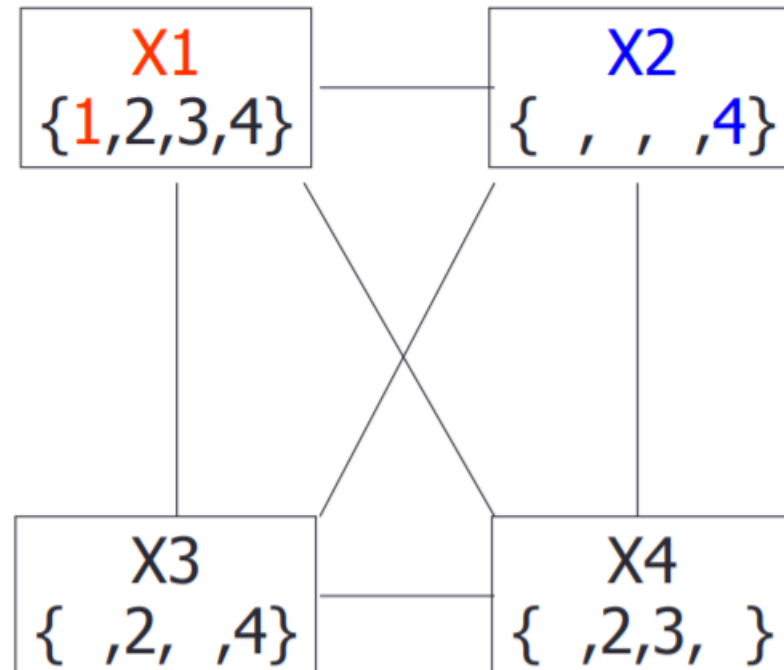
عقبگرد می‌کنیم و وزیر شماره ۲ را در سطر چهارم قرار می‌دهیم و ادامه می‌دهیم.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●		
3			●	
4		★		●

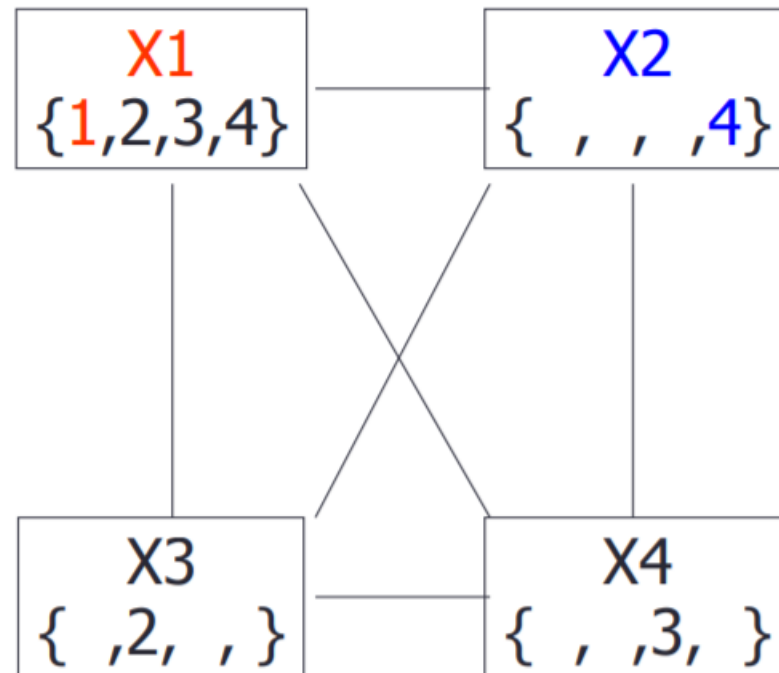




مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●		●
3			●	
4		★	●	●



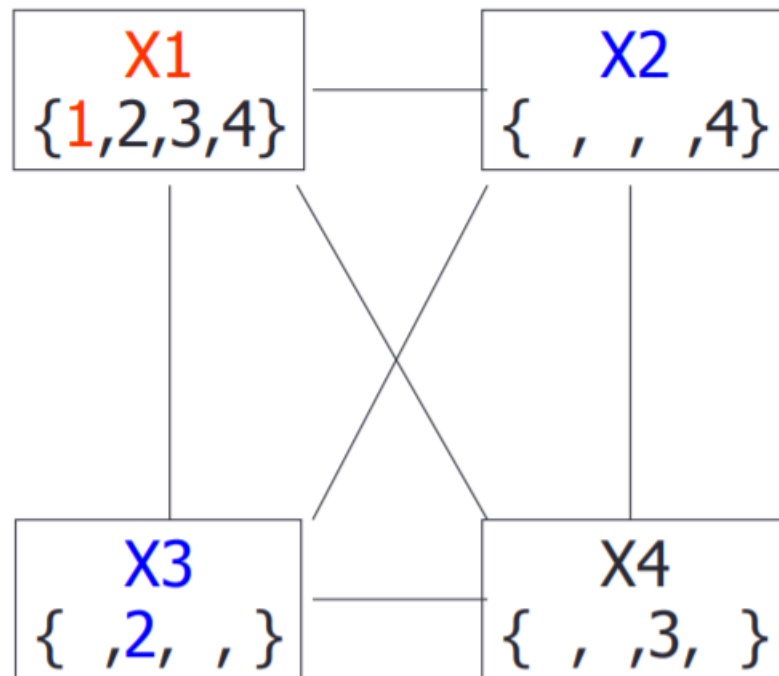
وزیر شماره ۳ را در سطر دوم قرار می‌دهیم و ادامه می‌دهیم.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●	★	●
3			●	
4		★	●	●



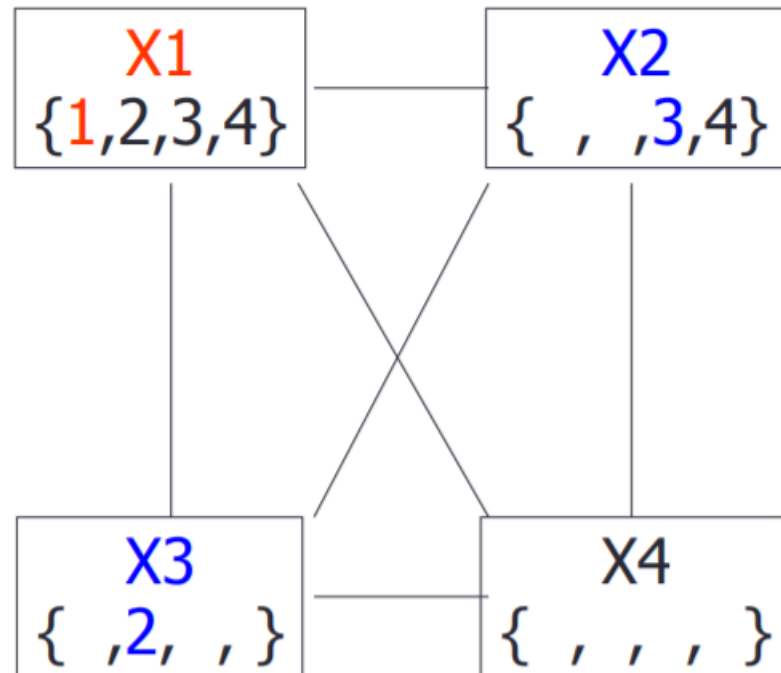
در این حالت دیگر مقداری برای $X4$ نمی ماند لذا جستجو متوقف می شود و امکان رسیدن به جواب وجود ندارد. لذا باید عقبگرد کنیم.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●	★	●
3			●	●
4		★	●	●

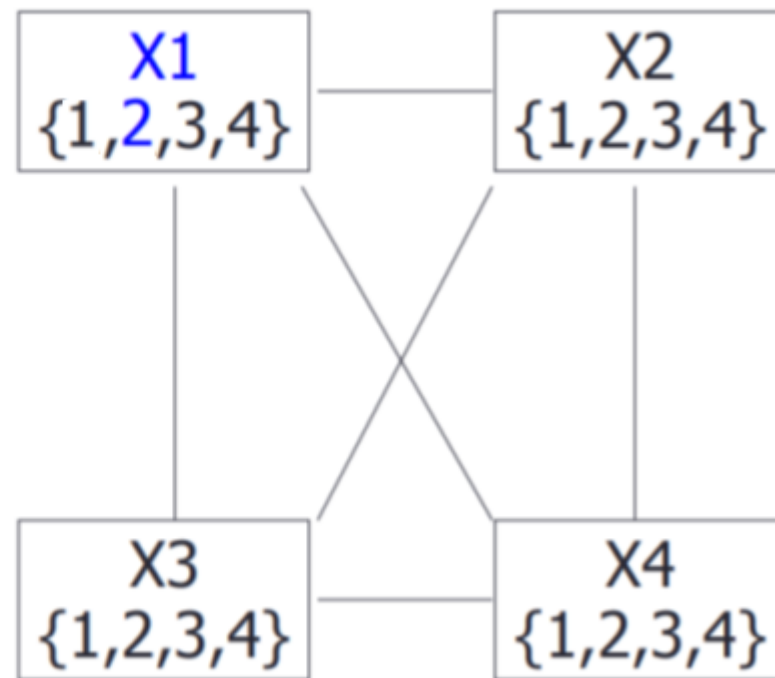


عقبگرد می‌کنیم و وزیر شماره ۱ را در سطر دوم قرار می‌دهیم و ادامه می‌دهیم.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

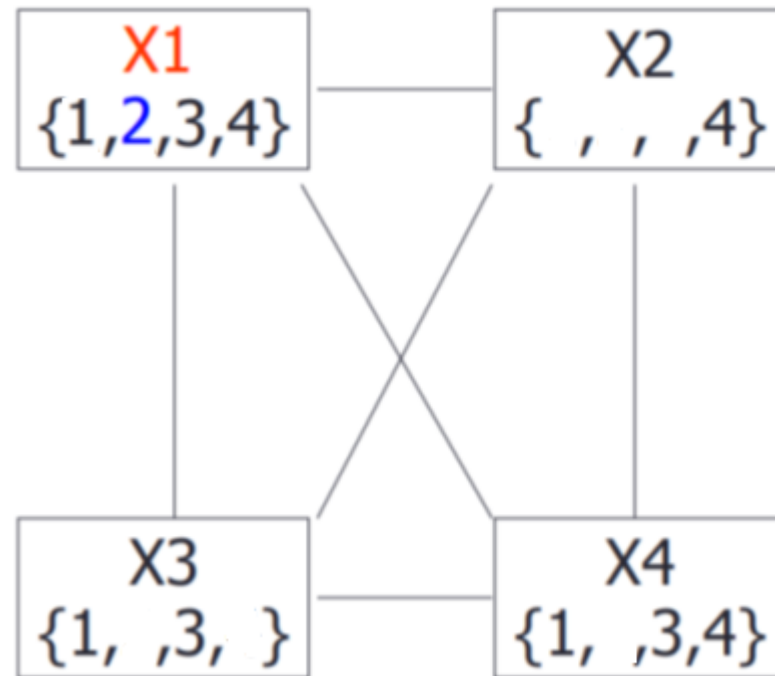
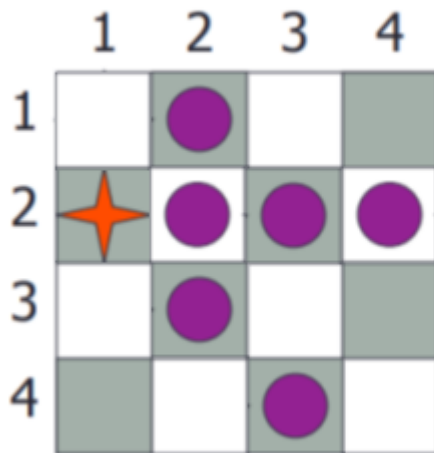
مسئله ۴ وزیر





مسائل ارضای محدودیت (CSP)

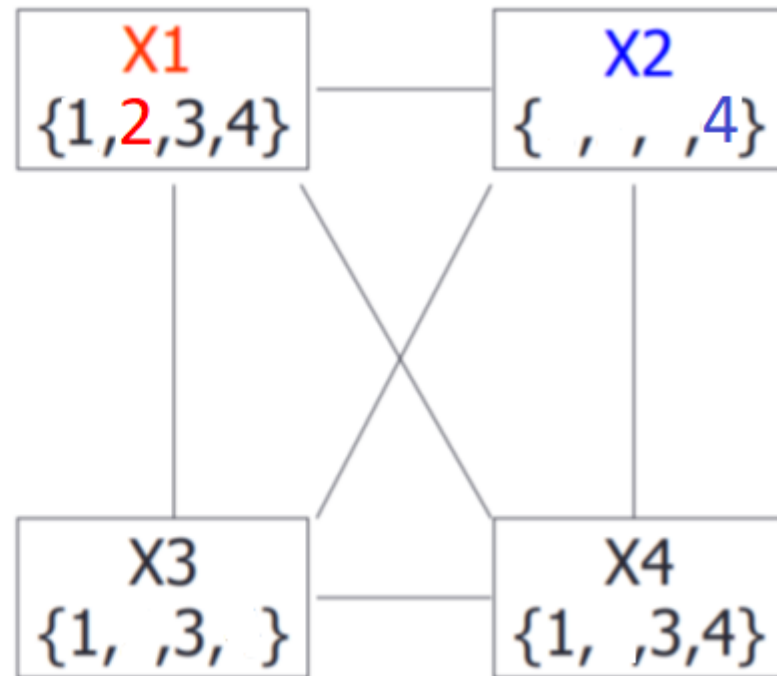
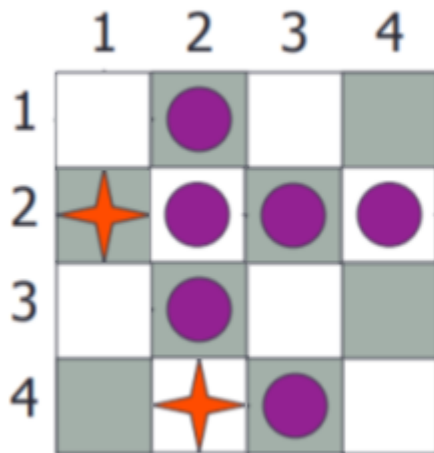
مسئله ۴ وزیر





مسائل ارضای محدودیت (CSP)

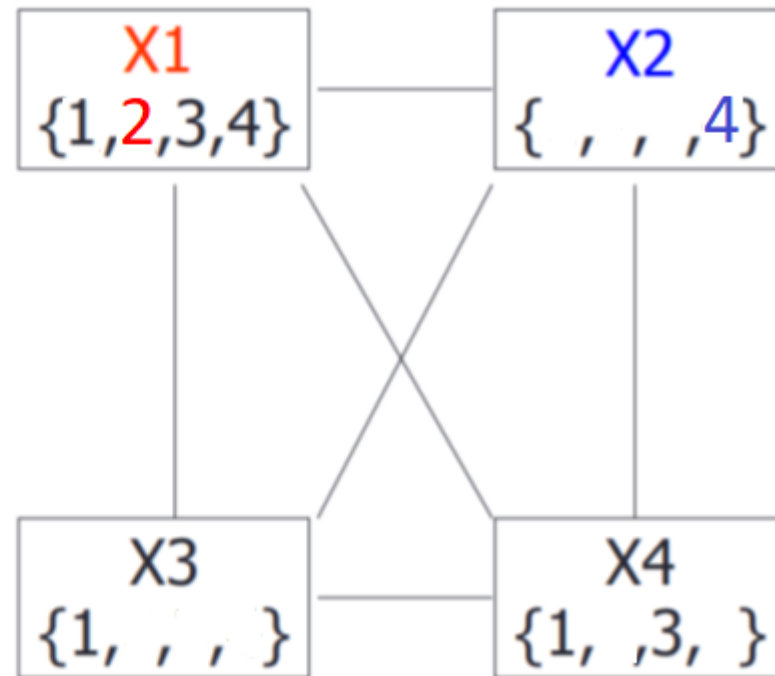
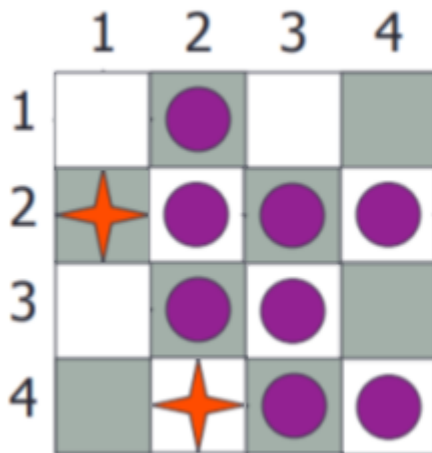
مسئله ۴ وزیر





مسائل ارضای محدودیت (CSP)

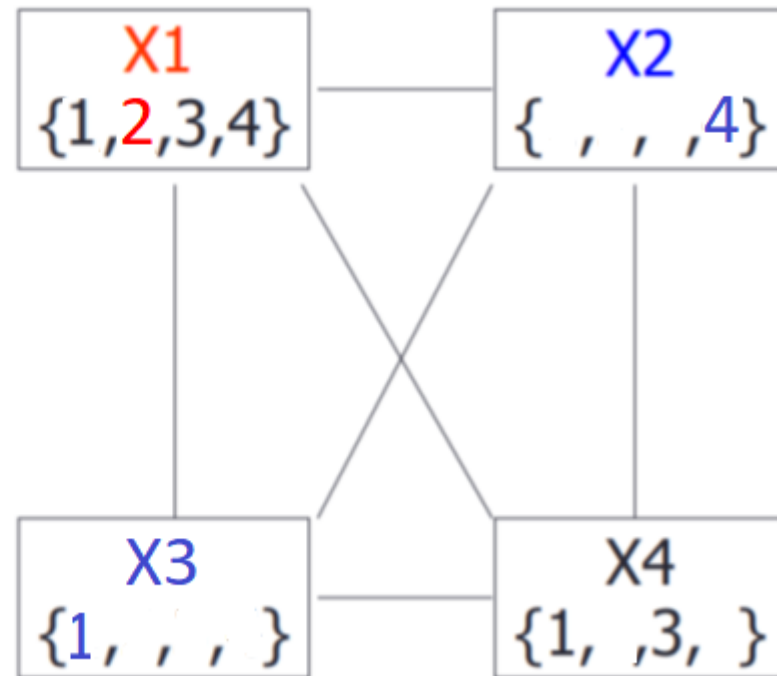
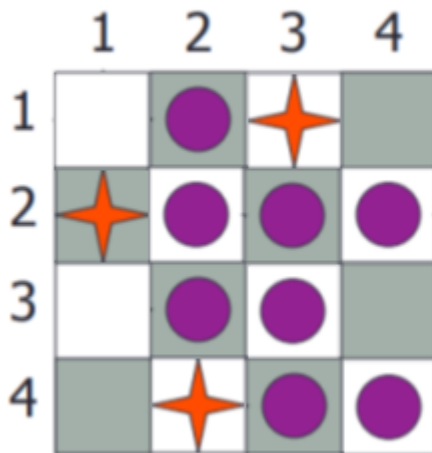
مسئله ۴ وزیر





مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

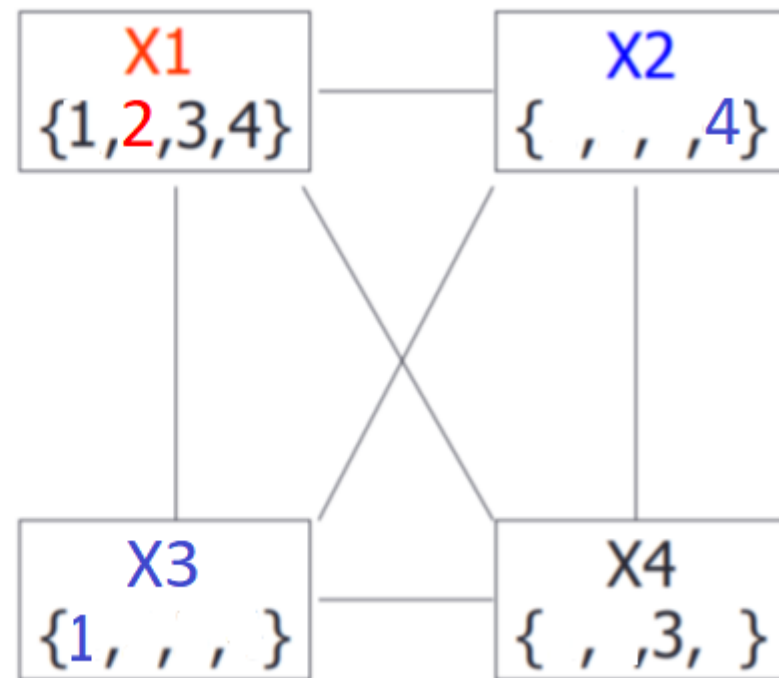




مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1		●	★	●
2	★	●	●	●
3		●	●	
4		★	●	●

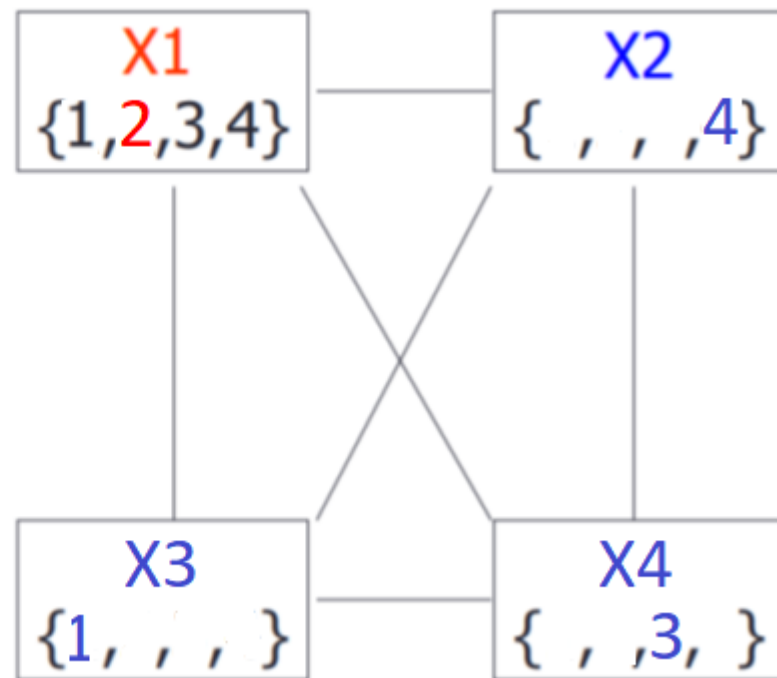




مسائل ارضای محدودیت (CSP)

مسئله ۴ وزیر

	1	2	3	4
1		●	★	●
2	★	●	●	●
3		●	●	★
4	●	★	●	●



اکنون به یک انتساب کامل و سازگار برای یک مسئله CSP دست یافته‌ایم.



مسائل ارضای محدودیت (CSP)

پایان فصل ششم